

# I GIOCHI DI IMENMES

## I reperti preziosi

Nella mostra “I Faraoni”, allestita qualche mese fa a Palazzo Grassi in Venezia, era esibito un interessantissimo gruppo di tre giochi, proveniente dal Museo Louvre, risalente alla XVIII dinastia (fig. 1).



*Figura 1*

Più che la raffinata esecuzione degli oggetti, colpisce la non comune preziosità del disco in pietra turchese, sia per le sue notevoli dimensioni (il diametro è di circa venti centimetri, con uno spessore maggiore di due centimetri), sia per la fine incisione a settori regolari di corone circolari. Proprio questa singolare preziosità induce a pensare ad un qualcosa di più nobile di semplici mezzi di svago. Ma procediamo ad un esame accurato dei tre giochi, aspettandoci di trovare delle interdipendenze, costituendo essi un gruppo omogeneo.

## Numeri selvatici e domestici

La ceramica zoomorfa di figura 1 presenta una serie fori, disposti su quattro colonne, e tre pedine, formate da bastoncini in legno terminanti con teste di sciacallo; il gioco ad essa abbinato viene indifferentemente definito “dei 58 fori” o “degli sciacalli e cani” o “della palma”. L’esemplare meglio conservato di questo tipo di gioco appartiene al Metropolitan Museum (fig. 2) e consiste in una scatolina in legno di sicomoro, finemente intarsiata in ebano ed avorio ed appoggiata su piedini sagomati a zampa leonina; l’intera serie di pedine è costituita da dieci pezzi, cinque raffiguranti teste di sciacallo (con le orecchie ben diritte, in atteggiamento dominante) e cinque con teste di cane (con le orecchie abbassate, in atteggiamento sottomesso); un foro di maggiori dimensioni, con chiare funzioni di riferimento primario, ed il disegno di una palma con sedici fronde completano il superbo reperto.

Dei cinquantotto fori quaranta sono raggruppati in una matrice, di dieci righe per quattro colonne, e diciotto convergono verso il foro di maggiori dimensioni, su due linee deliziosamente flesse parallelamente al bordo della scatolina, ciascuna contenente nove fori (fig. 2).

Ma cosa suggerisce la presenza della palma?

È noto ai botanici che la filloassi di questa pianta, vale a dire la disposizione delle foglie sul tronco, segue una legge a spirale, regolata dal criterio della sezione aurea.



**Figura 2**

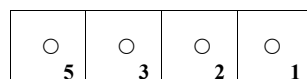
Se si intende per sezione aurea  $\varphi$  il rapporto dato dalla formula:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.6180339\dots,$$

le ubicazioni angolari delle foglie individuano i rapporti  $\varphi$ ,  $\varphi^2$ ,  $\varphi^3$ ,  $\varphi^4$ ,  $\varphi^5$ , etc..., facilmente ricavabili dalle formule:

$$\varphi^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \quad \varphi^3 = \frac{4 + 2\sqrt{5}}{2}, \quad \varphi^4 = \frac{7 + 3\sqrt{5}}{2}, \quad \varphi^5 = \frac{11 + 5\sqrt{5}}{2}.$$

Nelle potenze  $\varphi^2$ ,  $\varphi^3$ ,  $\varphi^4$ ,  $\varphi^5$  i coefficienti del termine irrazionale  $\sqrt{5}$  (vale a dire i numeri 1, 2, 3 e 5) appartengono alla cosiddetta serie di Fibonacci 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ..., dove ciascun termine è ottenuto come somma dei due termini immediatamente precedenti. Proprio i numeri 1, 2, 3 e 5 fanno del gioco in questione un abaco di calcolo dalla precisione straordinaria.



**Figura 3**

Infatti, attribuendo ai quattro fori di una riga valori diversi, secondo le indicazioni di figura 3, è possibile rappresentare le cifre che vanno da uno a undici (fig. 4), oltre alla mancanza di tali unità, definibile come *assenza*, profondamente diversa dal nostro zero, assurdo concetto di nullità frutto del pensiero ateo, che non può trovare posto nella matematica egizia, come meglio vedremo in seguito.

D'altro canto la mancanza dello zero, o di un suo equivalente posizionale, non creò alcuna difficoltà in questa grande civiltà, circostanza ben nota agli storici della matematica che affermano con chiarezza tale mancanza.

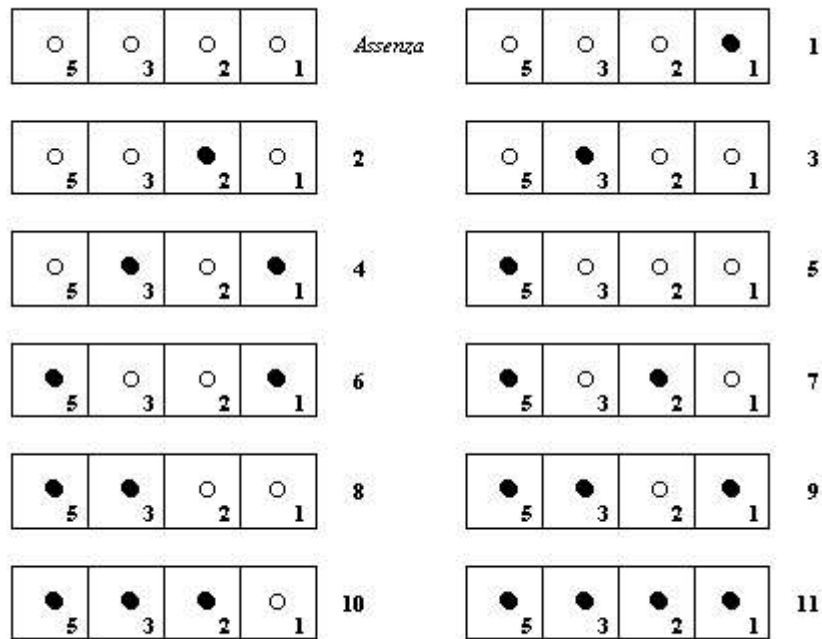


Figura 4

Passando alla seconda riga e conservando la proporzione fondante 1, 2, 3 e 5, avremo le prime due righe dell'abaco con i numeri indicati in figura 5, con i totali, parziali e generali, e le potenze generatrici.

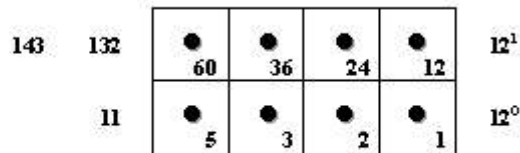


Figura 5

Procedendo con la terza riga, alla prima posizione troveremo 144 (143 + 1), ossia  $12^2$ ; dunque il *gioco* è strutturato su un sistema di numerazione in base 12 che, rispetto al nostro decimale, fa diventare non periodiche frazioni come  $1/3$ ,  $1/6$ ,  $1/9$  e  $1/12$ , particolarmente utili in geometria, nella suddivisione dell'angolo giro, ed in astronomia, nella osservazione delle costellazioni dello zodiaco.

Ma che numero viene espresso dall'abaco di dieci righe, riempito in ogni posizione? Avremo:

$$11 \cdot (12^0 + 12^1 + 12^2 + 12^3 + 12^4 + 12^5 + 12^6 + 12^7 + 12^8 + 12^9) = 61.917.364.223,$$

il che comporta una precisione di calcolo di circa  $1/62.000.000.000$ , straordinaria perfino se paragonata a quella offerta dagli odierni elaboratori!

Le dieci righe dell'abaco implicano una gestione di nove riporti, collegabili ai restanti diciotto fori; più precisamente i nove fori sulla destra della scatola vengono utilizzati quando l'abaco è dedicato alla rappresentazione di numeri che vanno da  $12^{-10}$  a  $12^{-1}$ , mentre gli altri nove fori sulla sinistra sono impegnati per numeri che vanno da  $12^0$  a  $12^9$ ; in tutti i casi intermedi il riporto interessa anche la riga delle unità ( $12^0$ ), impegnando il foro centrale superiore che, per le sue maggiori dimensioni, è un chiaro riferimento all'origine dei sistemi esponenziali: il numero **uno**. Dunque il numero più piccolo rappresentabile in questo formidabile abaco, corrispondente allo strumento con un solo legnetto al primo foro e nella prima condizione (da  $12^{-10}$  a  $12^{-1}$ ), è pari a  $1 \cdot 12^{-10}$ , mentre il numero più grande, dato dall'abaco pieno nella seconda condizione (da  $12^0$  a  $12^9$ ), è pari a  $11 \cdot (12^0 + 12^1 + \dots + 12^9)$ .

9), vale  $1 * 12^{10} - 1$ . Si tratta di valori estremi (0,00000000001615... e 61.917.364.223) che lasciano stupiti qualora si pensi ai possibili campi applicativi.

Come la palme crescono, generando alla sommità del tronco quattro foglie alla volta, così procede il calcolo con l'abaco, che avviene sistemando quattro fori alla volta, riga per riga a partire dal basso. Ma in un sistema di numerazione in base 12, procedendo ad esempio con una semplice addizione, il numero massimo che si può incontrare su una riga generica è 23, inteso come  $11 + 11 + 1$  (di riporto dalla riga precedente), che va scritto come 11 sulla stessa riga e 1 di riporto alla riga successiva (con il valore di 12). Ora il numero 11, come abbiamo visto, richiede l'impegno di quattro legnetti ( $5 + 3 + 2 + 1$  di figura 4), mentre il riporto è gestito da un solo legnetto da sistemare opportunamente in uno dei 18 fori appositi. Questo è il motivo per il quale sono presenti cinque pedine uguali, sufficienti a fronteggiare qualsiasi altra combinazione. Ma perché in cinque sono rappresentate teste di sciacallo e nelle altre cinque teste di cane? Mentre lo sciacallo è un animale selvatico il cane è della stessa specie ma, sotto-messo, *invertito* nel comportamento; e quale animale meglio di un cane domestico può rappresentare i numeri *inversi*? Dunque i cinque "sciacalli" sono destinati alla rappresentazione dei numeri diretti, maggiori di uno, ed i cinque "cani" a quella dei numeri inversi, minori di uno; le orecchie dei primi, orientate verso l'alto, e quelle degli altri, verso il basso, confermerebbero tutta la interpretazione.

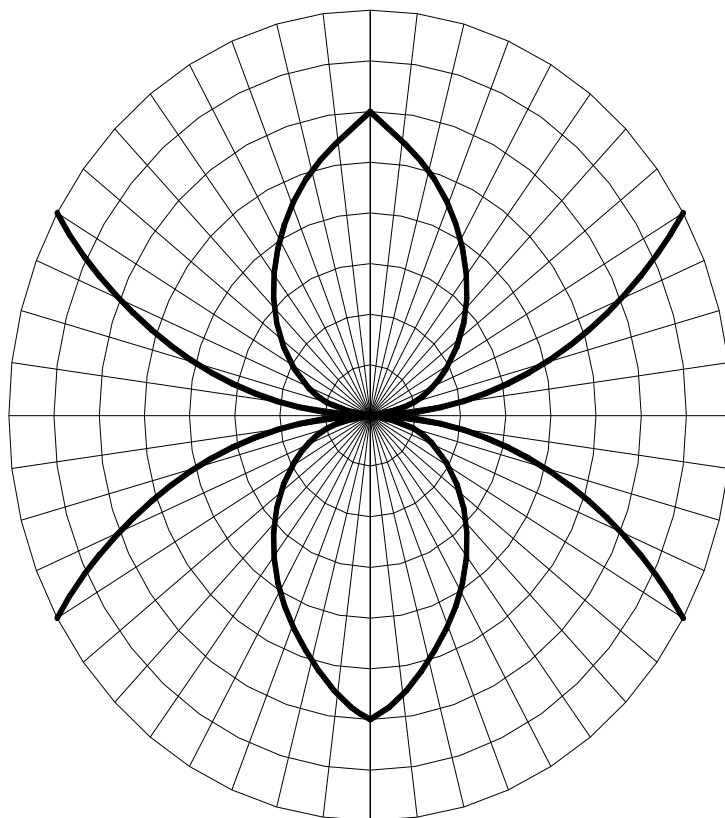
E il foro centrale superiore da quale animale viene impegnato? Abbiamo detto che tale foro si distingue dagli altri, perché indica l'unità, l'unico numero che rimane inalterato nella operazione di inversione, circostanza che lo rende contemporaneamente diretto ed inverso; perché, allora, considerarlo solo diretto, con lo sciacallo, o solo inverso, con il cane? Non è meglio rispettare la sua specifica duplicità usando indifferentemente l'uno o l'altro animale o, meglio ancora, l'uno e l'altro approfittando della sua maggiore dimensione?

## Le funzioni cogenerate

Il disco in pietra turchese presenta 48 settori angolari, ciascuno ampio  $7^{\circ} 30'$ , e 16 divisioni sul diametro, in modo da approssimare  $\pi$  con il numero intero più appropriato, vale a dire il tre (pari a  $48/16$ ); esso è un meraviglioso sistema di rappresentazione in coordinate polari con scala esponenziale e consente non solo di rappresentare semplicemente tutte le funzioni, ma di effettuare calcoli sofisticatissimi quali quelli delle derivate e degli integrali di ordine frazionario che solo recentemente sono stati definiti!

Forse vale la pena ricordare che i sistemi in coordinate polari consentono di rappresentare la variabile dipendente raggio (che parte dall'origine) in funzione della variabile indipendente angolo; con l'impostazione occidentale, vale a dire con le scale lineari e lo zero sistemato tra i numeri positivi e negativi, nasce però una fortissima limitazione: la variabile dipendente non può mai assumere valori negativi, perché non ha alcun senso parlare di raggi negativi; se si volesse, ad esempio, rappresentare la semplice funzione  $y=x$ , si perderebbe mezza funzione, quella corrispondente ai valori di  $x$  negativi. Con l'impostazione esponenziale egizia, per contro, i numeri inversi corrispondono ai nostri negativi; e dal momento che ha perfettamente senso parlare di raggi minori di uno, tutte le funzioni possono essere rappresentate nella loro completezza. In figura 6 viene proposta la scala esponenziale angolare che va da  $12^{-12}$  a  $12^{12}$ ; i raggi non sono riportati per motivi di chiarezza ma sono considerati maggiori di uno (precisamente da  $12^0$  a  $12^8$ ) tutti i raggi che vengono a trovarsi nel semicerchio superiore, e minori di uno (da  $12^0$  a  $12^{-8}$ ) tutti quelli tracciabili nel semicerchio inferiore. Sempre in figura 6 sono rappresentate le funzioni  $y_1=x^2$ ,  $y_2=1/x^2$ ,  $y_3=x^{1/2}$ ,  $y_4=1/x^{1/2}$  che costituiscono un quartetto tanto indissolubile da far pensare a funzioni **gemelle**; infatti il legame tra le funzioni è talmente *cogenerativo* che perfino le cuspidi, che esse presentano in corrispondenza del punto **U** di coordinate (1, 1), scompaiono se si salta da una funzione alla sua inversa (ad esempio da  $y_1=x^2$  a  $y_2=1/x^2$ ). Ovviamente niente di così sublime può accadere sui nostri miseri assi cartesiani, dove le funzioni inverse vengono maltrattate con gli asindoti, in modo da scollegarle visivamente alle rispettive funzioni dirette.

I tracciati proposti in figura 6 riflettono la nostra forma mentale e l'abitudine di disegnare linee passanti per punti precisi.



*Figura 6*

I Saggi egizi invece, approfittando delle incisioni sul disco, evidenziavano ogni punto interessato dal passaggio della funzione con il posizionamento di due palline (fig. 7); in particolare, con buona probabilità, le sferette di colore bianco venivano usate per indicare valori della funzione maggiori di uno e quelle nere per valori minori di uno (è possibile anche che per le funzioni dirette venissero usate le palline bianche e per le funzioni inverse quelle nere). Ad ogni modo il sistema delle sferette consentiva anche un uso tattile del sistema di rappresentazione; così il prezioso patrimonio culturale degli anziani, diventati non vedenti, non veniva mai disperso.

### **Venti o ventidue caselle?**

Tracciare una funzione per punti è una operazione abbastanza impegnativa, perché richiede la conoscenza preliminare delle coordinate di tutti i punti interessati; noi, infatti, siamo abituati a compilare una tabella preparatoria alla costruzione di qualsivoglia grafico.

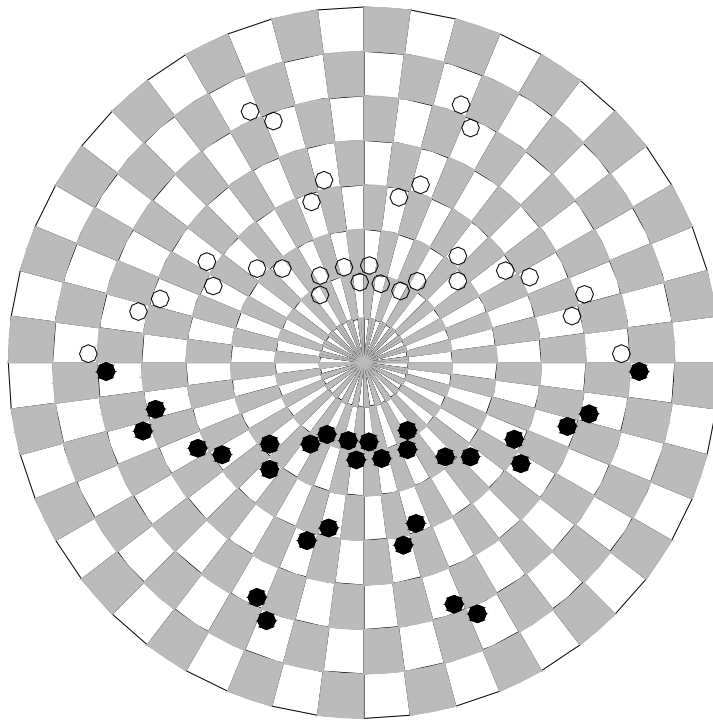


Figura 7

Nell'antico Egitto il calcolo delle coordinate dei punti, appartenenti ad una data funzione, veniva effettuato su una scacchiera molto particolare (fig. 8), in una sorta di gioco tra due persone o nella forma del solitario.

<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>								
<b>12</b>	<b>11</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	8	7	6	5	4	3	2	1
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>								

Figura 8

Delle caselle quadrate un primo insieme, di dodici elementi (numerati in **grassetto**), costituisce una matrice di tre righe per quattro colonne, mentre un secondo, sempre di dodici elementi (numerati in *corsivo*), è distribuito su una sola riga mediana che interseca la matrice, sicché quattro caselle appartengono all'uno e all'altro insieme (evidenziate in **grassetto-corsivo**). Il totale delle forme quadrate spiega il nome attuale di "gioco delle venti caselle", nome che non tiene conto di due ulteriori caselle, di forma rettangolare molto allungata e di grande importanza strategica, che completano la scacchiera.

I numeri riportati in ogni riquadro sono gli esponenti della scala esponenziale egizia in base 12, circostanza che semplifica notevolmente i calcoli, rendendoli divertenti. Immaginiamo, ad esempio, di voler calcolare le coordinate dei punti **P** che individuano la funzione  $y=x^2$ ; avremo **P1**(12<sup>1</sup>, 12<sup>2</sup>), **P2**(12<sup>2</sup>, 12<sup>4</sup>), **P3**(12<sup>3</sup>, 12<sup>6</sup>), **P4**(12<sup>4</sup>, 12<sup>8</sup>), **P5**(12<sup>5</sup>, 12<sup>10</sup>) e **P6**(12<sup>6</sup>, 12<sup>12</sup>); ora, mentre la x avanza di una

sola casella alla volta, la y procede con esponente doppio, vale a dire di due in due caselle. Non solo! Cambiando segno a tutti gli esponenti otteniamo, lasciando tutte le pedine al proprio posto, altri sei punti **P7**( $12^{-1}$ ,  $12^{-2}$ ), **P8**( $12^{-2}$ ,  $12^{-4}$ ), **P9**( $12^{-3}$ ,  $12^{-6}$ ), **P10**( $12^{-4}$ ,  $12^{-8}$ ), **P11**( $12^{-5}$ ,  $12^{-10}$ ) e **P12**( $12^{-6}$ ,  $12^{-12}$ ).

<b>x</b> 5	<b>x</b> 6	7	8								
<b>y</b> 12	11	<b>y</b> 10	9	<b>y</b> 8	7	<b>y</b> 6	5	<b>y</b> 4	3	<b>y</b> 2	1
<b>x</b> 1	<b>x</b> 2	<b>x</b> 3	<b>X</b> 4								

**Figura 9**

Il fatto che le pedine della riga y debordino nella matrice x (fig. 9) indica con estrema chiarezza che la funzione ha un infinito ed uno zero forti, vale a dire che la stessa funzione assume realmente i due valori estremi del sistema:  $12^{12}$  e  $12^{-12}$ .

Nel caso gli esponenti della x e della y abbiano segno contrario, viene a generarsi, sempre senza spostare alcuna pedina, la funzione inversa  $y=1/x^2$ !

Invertendo gli esponenti delle coordinate dei punti della funzione  $y=x^2$  si passa alla funzione  $y=x^{1/2}$  (fig. 10), caratterizzata dai punti **P1**( $12^2$ ,  $12^1$ ), **P2**( $12^4$ ,  $12^2$ ), **P3**( $12^6$ ,  $12^3$ ), **P4**( $12^8$ ,  $12^4$ ), **P5**( $12^{10}$ ,  $12^5$ ) e **P6**( $12^{12}$ ,  $12^6$ ); ossia, mentre la x avanza di due caselle alla volta, la y procede con esponente metà, vale a dire di una in una. Immaginando di cambiare segno a tutti gli esponenti otteniamo, come nel caso precedente, altri sei punti **P7**( $12^{-2}$ ,  $12^{-1}$ ), **P8**( $12^{-4}$ ,  $12^{-2}$ ), **P9**( $12^{-6}$ ,  $12^{-3}$ ), **P10**( $12^{-8}$ ,  $12^{-4}$ ), **P11**( $12^{-10}$ ,  $12^{-5}$ ) e **P12**( $12^{-12}$ ,  $12^{-6}$ ); mentre, cambiando segno solo alla x o solo alla y, generiamo, sempre senza ricorrere ad alcuno spostamento, la funzione inversa  $y=1/x^{1/2}$ !

5	<b>x</b> 6	7	<b>X</b> 8								
<b>x</b> 12	11	<b>x</b> 10	9	8	7	<b>y</b> 6	<b>y</b> 5	<b>y</b> 4	<b>y</b> 3	<b>y</b> 2	<b>y</b> 1
1	<b>x</b> 2	3	<b>X</b> 4								

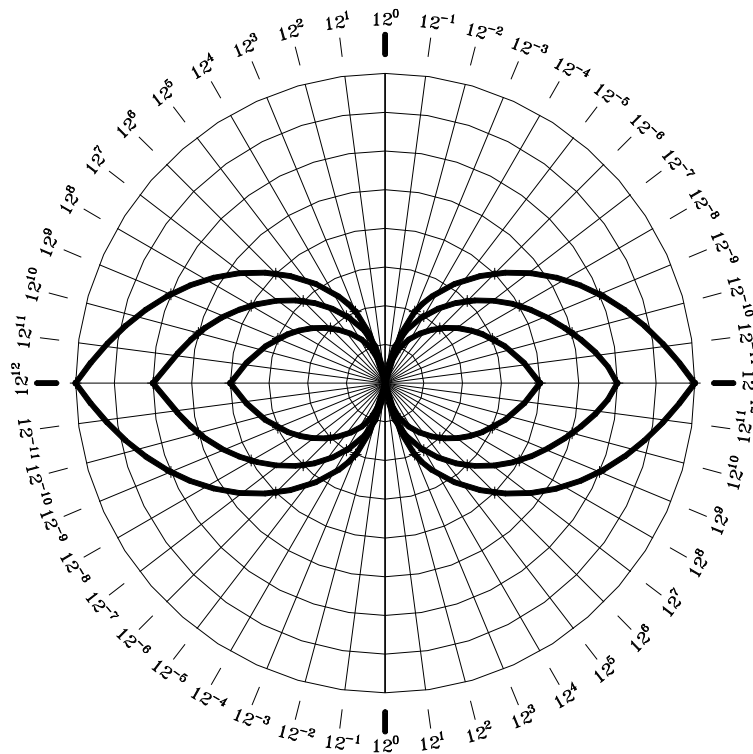
**Figura 10**

In questo caso non vi è alcuno sconfinamento nella matrice da parte delle pedine della riga y; questo vuole dire che la funzione ha un infinito ed uno zero deboli; essa non può assumere realmente i due valori estremi del sistema:  $12^{12}$  e  $12^{-12}$ .

E le due caselle di forma rettangolare? Quale ruolo svolgono? Non sempre il calcolo degli esponenti della coordinata y conduce a numeri interi, come nei semplici esempi appena esaminati. Nel caso più generale tali esponenti sono non interi, circostanza che impedisce la collocazione della relativa pedina in una precisa casella quadrata. Intervengono allora le deliziose caselle allungate, consentendo il posizionamento della pedina tra un riquadro e l'altro, con una ulteriore finezza! Se il risultato del calcolo desse, ad esempio, un valore dell'esponente maggiore di 5 e inferiore a 5,5, la pedina verrebbe collocata nel rettangolo inferiore, a cavallo dei riquadri 5 e 6; per valori dello stesso esponente maggiori di 5,5 e minori di 6, la pedina sarebbe sistemata sempre tra le caselle 5 e 6, ma nel rettangolo superiore!

Dunque la scacchiera, con le sue “*ventidue caselle*”, è tanto preziosa quanto il disco in pietra turchese, con il quale forma una unità indissolubile, consentendo il calcolo delle coordinate di qualsiasi funzione da rappresentare sul disco.

## Le funzioni foglia



*Figura 11*

Le incredibili potenzialità del sistema di rappresentazione egizio, come abbiamo detto di tipo polare-esponenziale, cominciano ad evidenziarsi in modo stupefacente nel caso volessimo studiare l’evoluzione di alcuni sistemi naturali, quali le foglie.

In figura 11 viene simulata la crescita di una coppia di foglie lanceolate, facendo ricorso alle semplicissime funzioni  $y_1=x^{1/3}$ ,  $y_2=x^{1/2}$ ,  $y_3=x^{2/3}$  e  $y_4=1/x^{1/3}$ ,  $y_5=1/x^{1/2}$ ,  $y_6=1/x^{2/3}$ ; passando dalle funzioni più “interne” a quelle più “esterne”, con delle semplici operazioni di integrazione (sulle dirette) e di derivazione (sulle inverse) di ordine infinitesimo, riusciamo a prevedere lo sviluppo di un tale tipo di foglie.

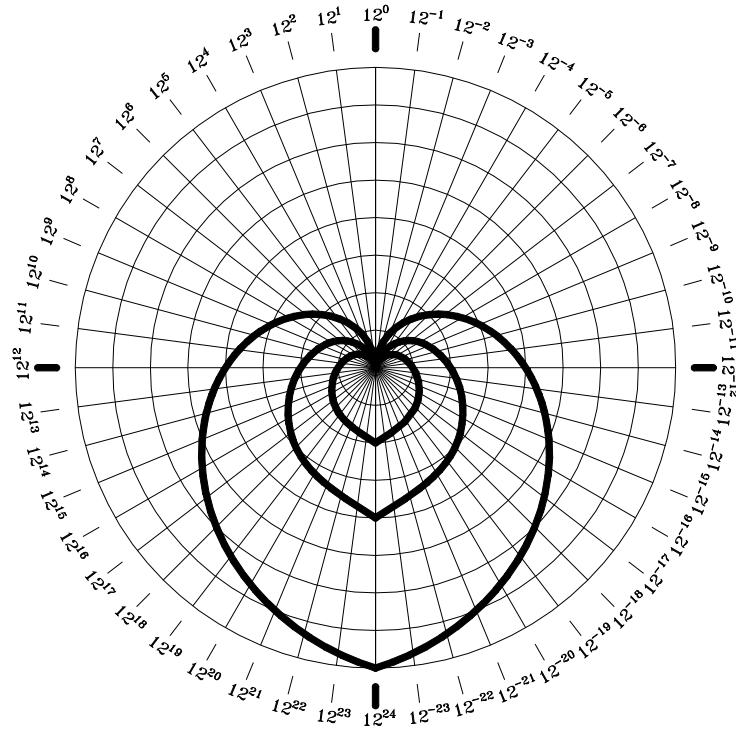
Osserviamo che il magico disco appare impegnato in tutti i settori angolari, per questo le foglie lanceolate crescono in coppia; quando la punta delle foglie tocca la circonferenza massima la crescita si arresta ma due nuove foglioline hanno già cominciato la loro avventura sulla direzione verticale.

Naturalmente variando le funzioni è possibile analizzare la crescita di tutte le forme di foglie e di tutti i tipi di aggregazione (a due, a tre, etc...).

Con un piccolo accorgimento, vale a dire ricorrendo ad una scala esponenziale angolare che va da  $12^{-24}$  a  $12^{24}$ , è possibile seguire la crescita delle foglie che ripudiano la veste gregaria, quali quelle del ciclamino; in figura 12 la coppia di funzioni  $y_1=x^{1/6}$  e  $y_2=1/x^{1/6}$ , sempre con semplici operazioni di integrazione e derivazione di ordine infinitesimo, tende verso lo stadio finale  $y_3=x^{1/3}$  e  $y_4=1/x^{1/3}$ ; in questo caso il disco, pur con una sola foglia, è sempre impegnato in tutti i suoi settori angolari e non potrebbe, in alcun modo, ospitare alcunché d’altro.



Nello studio della evoluzione di galassie a spirale risulta molto conveniente usare una scala esponenziale angolare che va da  $12^0$  a  $12^{48}$ , o con valori finali ancora più grandi, secondo le necessità del caso; così facendo i raggi sono maggiori di uno e non potrebbe essere diversamente.



*Figura 12*

### La partita di Nefertari



*Figura 13*

Abbiamo già detto che invertendo gli esponenti delle coordinate dei punti di una funzione razionale si passa alla relativa funzione irrazionale; ad esempio dai punti  $\mathbf{P1}(12^1, 12^3)$ ,  $\mathbf{P2}(12^2, 12^6)$ ,

**P3**(12<sup>3</sup>, 12<sup>9</sup>), **P4**(12<sup>4</sup>, 12<sup>12</sup>), caratterizzanti la funzione razionale  $y_1=x^3$ , passiamo, con l'inversione predetta, ai punti **P5**(12<sup>3</sup>, 12<sup>1</sup>), **P6**(12<sup>6</sup>, 12<sup>2</sup>), **P7**(12<sup>9</sup>, 12<sup>3</sup>), **P8**(12<sup>12</sup>, 12<sup>4</sup>), relativi alla funzione irrazionale  $y_1=x^{1/3}$ . Si tratta di una operazione che porta da uno zero ed un infinito forti ad uno zero ed un infinito deboli e, sul piano simbolico, assume il significato profondissimo di corrispondenza biunivoca tra divino ed umano.

In figura 13 sono riportate le funzioni  $y_1=x$  e  $y_2=1/x$  che, come è noto, costituiscono il discrimine tra le funzioni razionali e quelle irrazionali (sia intere che fratte). In particolare tutte le funzioni che impegnano la superficie del disco esterna alle caratteristiche campane orizzontali presentano uno zero ed un infinito forti, mentre le funzioni interne alle stesse campane conducono ad uno zero ed un infinito deboli. Le funzioni  $y_1=x$  e  $y_2=1/x$  diventano un quartetto gemellare con le forme irrazionali  $y_3=x^{1/1}$  e  $y_4=1/x^{1/1}$  che possono essere lette come *radice lineare di x* e *uno su radice lineare di x*; naturalmente le "razionali"  $y_1=x$  e  $y_2=1/x$  coincidono perfettamente con le "irrazionali"  $y_3=x^{1/1}$  e  $y_4=1/x^{1/1}$ , circostanza che ha fatto trascurare completamente, in occidente, le due ultime forme, fino alla mancanza della definizione di radice lineare. Ma non si tratta assolutamente di un problema di scarso rilievo.

$x_5$	$x_6$	$x_7$	$X_8$								
12	11	10	9	$y_8$	$y_7$	$y_6$	$y_5$	$y_4$	$y_3$	$y_2$	$y_1$
$x_1$	$x_2$	$x_3$	$X_4$								

**Figura 14**

In figura 14 vengono calcolate le coordinate relative alle quattro funzioni in esame. È evidentissimo che siamo di fronte ad un caso limite, poiché le pedine  $y$  né debordano nella matrice  $x$  né rimangono ben lontane dalla stessa, semplicemente la sfiorano: lo zero e l'infinito delle funzioni, viste sotto la veste "irrazionale" ( $y_3=12^8$ ,  $y_4=12^{-8}$  oppure  $y_3=12^{-8}$ ,  $y_4=12^8$ ), sono i meno deboli consentiti dalla natura, mentre lo zero e l'infinito delle stesse funzioni, considerate "razionali" ( $y_1=12^8$ ,  $y_2=12^{-8}$  oppure  $y_1=12^{-8}$ ,  $y_2=12^8$ ), sono i meno forti e coincidono perfettamente con i primi. Dunque finito ed infinito, umano e divino si incontrano in un abbraccio senza alcuna differenza, circostanza che si verifica solo negli istanti del concepimento e della morte.

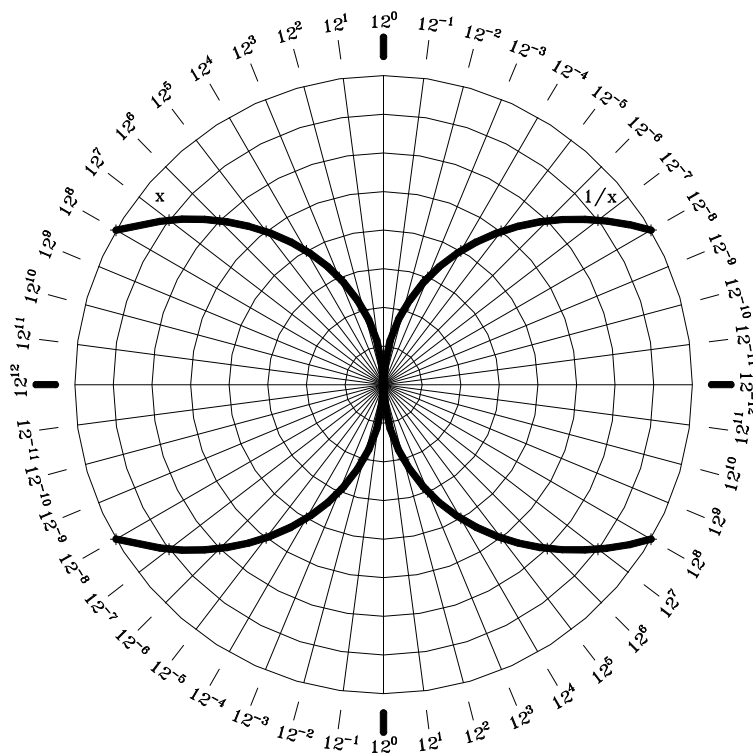


Figura 15

Ma mentre nel primo è il divino ad incarnarsi nel mondo della manifestazione (dalle funzioni  $y_1=x$  e  $y_2=1/x$  si passa alle  $y_3=x^{1/1}$  e  $y_4=1/x^{1/1}$ ), circostanza che esula totalmente da qualsiasi nostro controllo, nel secondo istante è l'umano a elevarsi fino al divino (dalle funzioni  $y_3=x^{1/1}$  e  $y_4=1/x^{1/1}$  si passa alle  $y_1=x$  e  $y_2=1/x$ ); la posta in gioco è elevatissima, la partita è la più impegnativa: non la si può condividere con nessuno, assume inevitabilmente la forma del *solitario*.

Alla luce di queste considerazioni, siamo ora in grado di interpretare la famosa partita dipinta nella tomba della regina Nefertari (figg. 13 e 15).

Cinque pedine alte (x) occupano lo stesso spazio di quattro pedine basse (y); c'è un effetto *cubista*, non estraneo alla pittura egizia, dal momento che la matrice x ha le righe di soli quattro posti; la disposizione delle pedine sulla scacchiera è, verosimilmente, quella riportata in figura 16.

	x	x	x	x								
	5	6	7	8								
					y	y	y	y	y	3	2	1
	12	11	10	9								
				x								
	1	2	3	4								

Figura 16

La bellissima Nefertari ritrae la mano perché la sua ultima partita è finita; le pedine, infatti, occupano le postazioni più alte delle funzioni del tempo ( $y_3=x^{1/1}$  e  $y_4=1/x^{1/1}$ ) che coincidono con quelle della eternità ( $y_1=x$  e  $y_2=1/x$ ).

Ella affronta il suo "transito" con una compostezza senza pari, con una regalità maggiore di quella che le compete per il suo rango. Forse, proprio per questo, è la creatura più ricordata, tra tutte quelle dell'antico Egitto, per la sua incomparabile bellezza.

Forse la sua bellezza era realmente straordinaria, sfuggente alla comune percezione dei sensi. Una bellezza regina: quella dell'anima.

## Le funzioni trigonometriche

La nobiltà del pensiero matematico egizio, dovuta alla sapiente impostazione sul sistema esponenziale (che non può ospitare lo zero inteso come nullità), appare abbastanza chiara dalla trattazione degli argomenti appena esposti; tale nobiltà diventa evidentissima nella trigonometria, resa coerente e semplice in un modo disarmante, mai intravisto dalla cieca violenza occidentale, perché in perfetta sintonia con le armonie della natura.

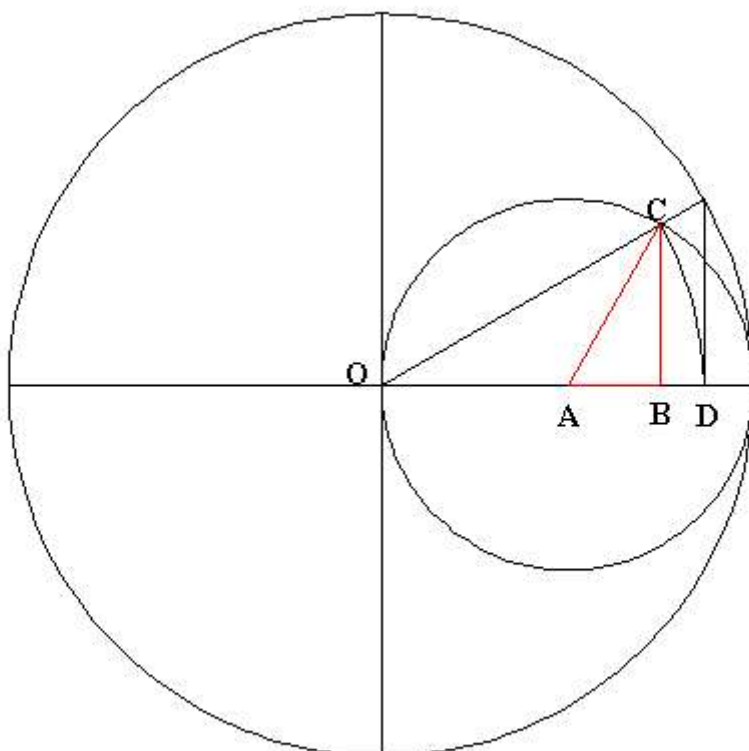
Con il sistema polare–esponenziale egizio le principali funzioni trigonometriche **seno**, **coseno**, **tangente**, **cosecante**, **secante**, **cotangente** e due funzioni novità **seno\*coseno** e **secante\*cosecante** mostrano il loro andamento ciclico nel modo più convincente possibile: sono delle circonferenze perfette!

Procediamo con l'esame della funzione **coseno**. Una circonferenza di raggio pari alla metà del raggio massimo del sistema polare–esponenziale, dislocata come in figura 17, rappresenta la funzione **coseno**; essendo infatti:

$$OC = OD = \cos(x)$$

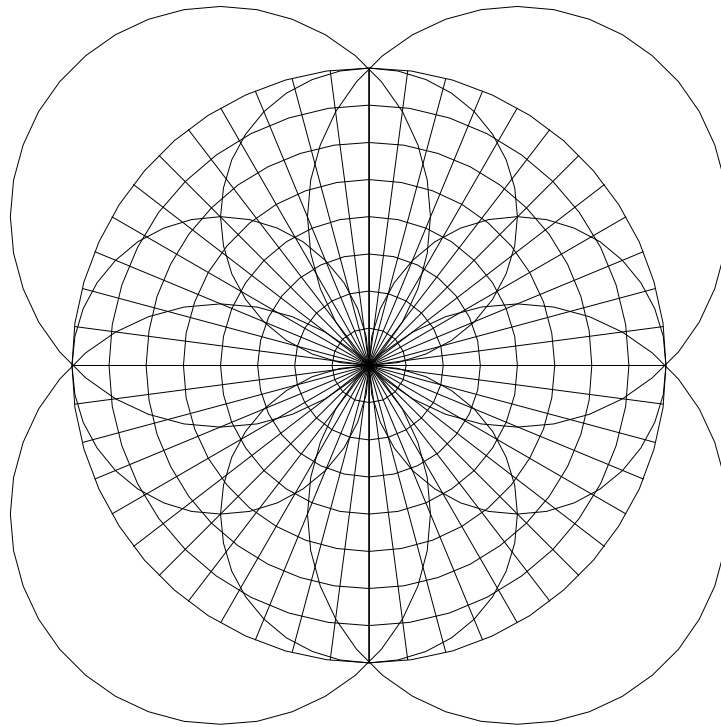
per costruzione, volendo risolvere il triangolo ABC avremo:

$$\begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ (\cos^2(x) - 1/2)^2 + \text{sen}^2(x) * \cos^2(x) &= \\ \cos^4(x) + 1/4 - \cos^2(x) + \text{sen}^2(x) * \cos^2(x) &= \\ \cos^2(x) * (\cos^2(x) + \text{sen}^2(x)) + 1/4 - \cos^2(x) &= \\ \cos^2(x) + 1/4 - \cos^2(x) &= 1/4 = AC^2, \end{aligned}$$



*Figura 17*

e, conseguentemente,  $AC = 1/2$ , con AC che indica il raggio della magica circonferenza del **coseno**.



*Figura 18*

Questa sconvolgente verità mostra come, nell'antico Egitto, una volta individuato l'angolo, pur ignorandone la misura, fosse semplicissimo conoscere il valore del coseno che, come è noto, consente la costruzione dell'angolo retto. Chissà se il nostro squadro avrebbe fatto sorridere o impietosire il grande architetto Kha!

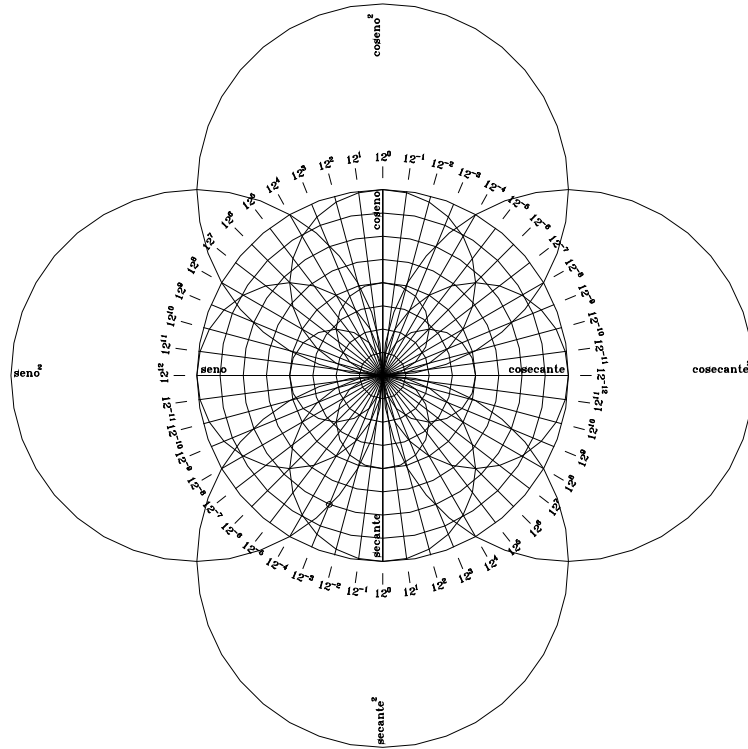
In modo analogo è possibile mostrare la rotonda bellezza di tutte le altre funzioni descritte in figura 18.

Facevamo cenno, prima, a due funzioni novità, **seno\*coseno** e la sua inversa **secante\*cosecante**; in particolare le funzioni **seno\*coseno**, **seno** e **tangente** lasciano individuare la serie:

$$\text{sen}(x)\cos^n(x), \dots, \text{sen}(x)\cos(x), \text{sen}(x), \text{sen}(x)/\cos(x), \dots, \text{sen}(x)/\cos^n(x),$$

con il termine generico ottenuto dividendo per **cos(x)** il termine immediatamente precedente; per  $x=45^\circ$  la serie diventa immaginabile come una serie di quadrati, con lato pari alla diagonale del quadrato precedente, che offre una alternanza tra termini razionali ed irrazionali densa di significato; se, infatti, per razionale intendiamo qualcosa di finito e per irrazionale l'irriducibilità al finito, l'alternanza dei due tipi di numero indica il legame indissolubile tra l'umano ed il divino, su una direzione, quella inclinata di  $45^\circ$ , che non è né l'orizzontale (rappresentativa della immanenza), né la verticale (relativa alla trascendenza), ma una equilibrata miscela delle due.

Evitiamo di rappresentare, alla maniera occidentale le due funzioni **sen(x)** e **sen<sup>2</sup>(x)**, per non mostrare la loro obiettiva bruttezza e insanabile incongruenza; la nostra scala lineare, con lo zero messo prepotentemente tra i numeri positivi e negativi, restituisce la funzione **sen<sup>2</sup>(x)** con una frequenza doppia di quella relativa a **sen(x)** (per due volte la funzione **sen<sup>2</sup>(x)** assume gli stessi valori nello stesso periodo). Si tratta di una anomalia incurabile che colpisce tutte le funzioni simili con esponente pari.



**Figura 19**

Succede di peggio alla funzione  $\text{sen}^{1/2}(x)$  ed alle sue simili che diventano addirittura immaginarie per tutto un semiperiodo.

Nel mondo egizio niente di così orribile poteva accadere; le funzioni  $\text{sen}^{1/n}(x)$ ,  $\text{sen}(x)$  e  $\text{sen}^n(x)$  costituiscono un insieme armonico: hanno tutte lo stesso periodo e sono tutte palpabilmente reali (fig. 19), per qualsiasi valore di  $n$ .

Concludiamo, allora, queste brevissime riflessioni sul pensiero egizio in un modo atipico, non con un periodo costruito con chissà quale architettura retorica, ma con la immagine di queste limpide funzioni.

Lasciamoci incantare, dopo tremila anni, dalla loro incontaminata, eterna bellezza.

**Nicolino De Pasquale**